6. Warmteoverdracht

Onder warmteoverdracht wordt bedoeld de overgang van energie onder invloed van een temperatuurverschil. Zolang een temperatuurverschil aanwezig is zal warmte in een bepaalde richting stromen, namelijk van hoge temperatuur naar lage temperatuur. In de techniek komt het verschijnsel warmteoverdracht zeer veel voor. Meestal is de warmteoverdracht gewenst (ketel, condensor enz) en zal men naar middelen zoeken om het gewenste warmtetransport zo snel mogelijk en in apparatuur van zo gering mogelijke afmetingen te realiseren.
Warmteoverdracht vindt onder nadere plaats door *geleiding*: wanneer er in een lichaam temperatuurverschillen aanwezig zijn zal er in dat lichaam warmtetransport ontstaan van het hogere temperatuurgebied naar het lagere.

Voor de **warmteoverdracht** Q van punt A naar punt B geldt de formule:

$$Q = \frac{A \cdot t \cdot \Delta T}{r_{th(tot)}}$$

Daarbij is Q de warmteoverdracht in J, A het oppervlak in m², t de tijd in seconden, ΔT het temperatuursverschil tussen A en B in °C en $r_{th(tot)}$ de thermische weerstand tussen A en B met als eenheid m²K/W.
De thermische weerstand is de som van overgangs- en materiaallaagweerstanden:

$$r_{ov} = \frac{1}{\alpha} \qquad r_{th} = \frac{d}{\lambda}$$

α is de **warmteoverdrachtscoëfficient** in W/m²K, zie de tabel achterin dit moduul.
In het geval van een onder- en bovengrens nemen we de gemiddelde waarde.
Voor bijvoorbeeld de warmteoverdrachtscoëfficient van binnenlucht naar glas nemen we het gemiddelde van 2 en 8 en dat is 5 W/m²K. We gaan daarbij uit van stilstaande lucht
In de formule voor r_{th} is d de dikte van de materiaallaag in m en λ de **warmtegeleidingscoëfficiënt** in W/mK. Zie voor λ de tabel achterin dit moduul.

Voorbeeld: Een glasruit van 5 mm dikte heeft een oppervlakte van 3 m^2. De kamertemperatuur is 19 °C, de buitentemperatuur bedraagt -3 °C.
Bereken het warmteverlies door deze ruit per uur.

Oplossing:

$$r_{th(tot)} = r_{ov(binnen)} + r_{materiaallaag} + r_{ov(buiten)} \Rightarrow$$

$$r_{th(tot)} = \frac{1}{\alpha_{binnen}} + \frac{d}{\lambda_{glas}} + \frac{1}{\alpha_{buiten}} = \frac{1}{5} + \frac{0,005}{0,8} + \frac{1}{55} \Rightarrow r_{th(tot)} = 0,22443 \text{ m}^2\text{K/W} \Rightarrow$$

$$Q = \frac{A \cdot t \cdot \Delta T}{r_{th(tot)}} \Rightarrow Q = \frac{3 \times 3600 \times (19 - -3)}{0,22443} = \frac{3 \times 3600 \times 22}{0,22443} = 1058673 \text{ J} = 1,059 \text{ MJ}$$

Een belangrijke grootheid voor de isolatiewaarde van een constructie is de **U-waarde**.
Voor de waarde van de **warmtedoorgangscoëfficiënt** U geldt:

$$U = \frac{1}{r_{th(tot)}}$$

De eenheid van U is W/m²K.
Vroeger spraken we van de **k-waarde**.

Opgave 1 Een glasruit van 4 mm dikte heeft een oppervlakte van 6 m^2. De kamertemperatuur is 22 °C, de buitentemperatuur bedraagt 4 °C.
a) Bepaal de warmtedoorgangscoëfficiënt U (U-waarde, vroegere k-waarde)
b) Bereken het warmteverlies door deze ruit per etmaal.
We vervangen de enkele glasruit door een dubbelglas-constructie.
De dikte van beide ruiten bedraagt respectievelijk 4 mm en 5 mm terwijl de spouw tussen beide ruiten 0,5 cm breed is.
c) Bepaal de U-waarde van deze constructie.
d) Bereken weer het warmteverlies door deze ruit per etmaal.



Gewoon dubbel glas is eigenlijk al een verouderde techniek. Hoogrendementsglas (HR-glas) levert veel betere prestaties. HR is een dubbelglas waarbij op één van de twee ruiten aan de binnenkant een microscopisch dun laagje metaal is aangebracht. Deze coating laat de zonnewarmte door naar binnen maar kaatst de warmtestraling die van binnen komt terug. We onderscheiden: HR+ isolatieglas met luchtvulling + metaalcoating en HR++ isolatieglas met gasvulling (Argon, Krypton) + metaalcoating. De U-waarde is voor HR+ 1,6 tm 1,3 , voor HR++ lager dan 1,2.

Opgave 2 We vervangen de dubbelglas-constructie uit opgave 1 door een HR++ ruit met een U-waarde van 1,1 W/m^2K (2 glasbladen van respectievelijk 4 mm en 5 mm; afstand 15 mm).
Bereken het warmteverlies door deze ruit per etmaal.

Opgave 3 Een hardboard-plaat (vezelplaat) met een dikte van 0,5 cm en een oppervlakte van 20 m^2 laat per uur 3,6 MJ warmte door. Bereken het verschil in temperatuur van de lucht aan weerszijden van deze plaat.

Opgave 4 Een woonkamer heeft een enkele glasruit van 4 mm dikte. De temperatuur van de kamer is 20 °C, terwijl de temperatuur aan de binnenzijde van de ruit 8,5 °C bedraagt. Bereken:
a) de buitentemperatuur van de ruit
b) de temperatuur van de buitenlucht.

Opgave 5 In een stalen ketel bevindt zich water met een temperatuur van 100 °C.
Het aanrakingsoppervlak van het water met de ketelwand bedraagt 2,5 m^2.
Per uur wordt door het water 20 MJ warmte op de stalen ketelwand overgedragen.
Bereken de temperatuur van het aanrakingsoppervlak

Opgave 6 Het aanrakingsoppervlak van verbrandingsgassen met een koperen ketelwand is 2 m^2. De dikte van de ketelwand bedraagt 15 mm. De temperatuur van de verbrandingsgassen is 900 °C. In de ketel bevindt zich kokend water.
Bereken de temperatuur van het water op het moment dat er $8{,}7 \cdot 10^4$ J aan warmte per seconde wordt opgenomen.

Opgave 7 In een ketel wordt water verwarmd. De koperen ketelwand is 10 mm dik.
De temperatuur van de verbrandingsgassen is 875 °C.
Op de ketelwand bevindt zich een laagje roet van 2,5 mm dikte, terwijl in de ketel de wand bedekt is met een laagje ketelsteen van 3 mm dikte.
Bereken het temperatuurverval per materiaallaag op het moment dat de temperatuur van het water 100 °C bedraagt.
Extra gegevens : λ_{roet} = 0,12 W/mK ; $\lambda_{ketelsteen}$ = 2,3 W/mK

Opgave 8 Een buitenwandconstructie is van binnen naar buiten opgebouwd uit een laag grindbeton van 105 mm dikte, een laag minerale wol van 70 mm dikte en een laag gevelklinkers van 105 mm dikte.
De binnentemperatuur is 25 °C terwijl de buitentemperatuur -5 °C bedraagt.
Bepaal:
a) het warmteverlies per m^2 in 6 uur door deze constructie bij de gegeven omstandigheden.
b) de vier grensvlaktemperaturen.

Opgave 9 Een wand bestaat van binnen naar buiten uit een laag grindbeton van 115 mm dikte en een laag polystyreen van 45 mm dikte.
De binnen- en buitentemperaturen bedragen respectievelijk 25 °C en 2 °C.
Bereken:
a) de warmtestroom per m^2 oppervlak
b) de temperatuur op het grensvlak van het grindbeton en de polystyreenlaag.
Extra gegeven : $\lambda_{polystyreen}$ = 0,035 W/mK

Opgave 10 Een gevelmuur bestaat van binnen naar buiten uit grindbeton met een dikte van 10 cm, een 5 cm brede luchtspouw en een laag kalkzandsteen van 10 cm dikte. In deze gevel met een totaal oppervlak van 20 m^2 is een raam geconstrueerd met een oppervlakte van 6 m^2.
Het raam bestaat uit enkel glas met een dikte van 4 mm. De binnen- en buitentemperaturen zijn respectievelijk 22 °C en -8 °C. Bereken:
a) het warmteverlies per uur door deze gevel en
b) het warmteverlies door deze gevel per uur als de spouw geheel met polystyreen is gevuld.
Extra gegeven : $\lambda_{polystyreen}$ = 0,035 W/mK

Warmteoverdracht kan ook plaats vinden door *straling*. De warmteoverdracht door geleiding en convectie is steeds gebonden aan materie. Warmteoverdracht door straling is verschillend omdat op deze wijze ook warmte overgedragen kan worden tussen twee warme lichamen, welke door een kouder en niet stralingsabsorberend medium zijn gescheiden. Zo ontvangt de aarde warmte van de zon. De ware aard van warmtestraling en zijn transport is tot op heden niet volledig bekend. Algemeen wordt aangenomen dat warmtestralen elektromagnetische golven zijn.
De totale hoeveelheid energie welke een lichaam uitstraalt is afhankelijk van de temperatuur, de golflengte, de emissiveit en van zijn oppervlakte-eigenschappen.

Opgave 11 Een wit gelakte radiator heeft een oppervlak van 2 m^2 en een oppervlakte-temperatuur van 90 °C. De temperatuur van de kamer is 20 °C.
Bereken de warmtestroom Φ als gevolg van straling.

Bijlage

Formules en tabellen warmteoverdracht

$$Q = \frac{A \cdot t \cdot \Delta T}{r_{th(tot)}}$$

warmteoverdracht in J (Joule)

$$\Phi = \frac{Q}{t} = \frac{A \cdot \Delta T}{r_{th(tot)}}$$

warmtestroom in W (Watt = Joule/sec)

$$r_{th} = \frac{d}{\lambda}$$

thermische weerstand materiaallaag in m^2K/W

$$r_{ov} = \frac{1}{\alpha}$$

overgangsweerstand tussen twee media in m^2K/W

$$U = \frac{1}{r_{th(tot)}}$$

warmtedoorgangs-coëfficiënt in W/m^2K

materiaal	ρ in kg/m^3	λ in W/mK
koper	9000	370
aluminium	2800	200
marmer	2750	2,3
gevelklinkers	2100	0,8
kalkzandsteen	2000	1,0
isolatiesteen	1000	0,30
grindbeton	2200-2500	1,3-1,9
gasbeton	400-750	0,17-0,26
gipsplaten	800-1400	0,27-0,46
glas	2500	0,8
minerale wol	35-250	0,035-0,04
cementpleister	1900	0,95
gipspleister	1300	0,52
tegels	1700-2000	0,8-1,2
kurk	100-200	0,041-0,046
vezelplaat	200-400	0,08-0,12
hardhout	800	0,17
zachtboard	250-300	0,08
spaanplaat	450-1000	0,10-0,29
harde kunststoffen	900-1400	0,2
kunststofschuimen	15-60	0,035
PUR spouwisolatie	10-15	0,045
lucht	1,3	0,025

Warmteoverdrachtscoëfficient naar vast medium	
medium	**α in W/m^2K**
stilstaande lucht	2-8
stromende lucht	10-100
stromend water	500-5000
kokend water	4000-6000
condenserende waterdamp	5000-15000

Spouwen:

Voor verticale, niet of zwak geventileerde spouwen met een breedte tot 150 mm gebruiken we een warmteweerstand r_{spouw} van 0,17 m^2K/W. Voor goed geventileerde spouwen geldt een waarde van 0,09 m^2K/W.

Straling:

materiaal	ε (richtwaarde)
aluminiumfolie	0,1
gewalst plaatstaal	0,65 - 0,70
glas	0,94
papier	0,95
witte verf, hoogglans	0,9
zwarte verf, mat	0,97

Stralingsformule van Stephan-Boltzmann:

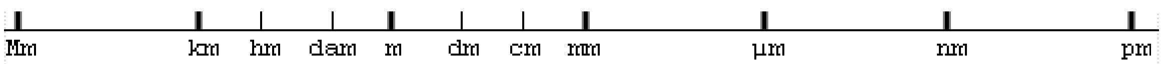
$\Phi_{straling} = A \cdot \varepsilon \cdot \sigma_z \cdot (T_1^4 - T_2^4)$

A = oppervlakte in m^2

ε = emissiecoëfficiënt, zie tabel links

$\sigma_z = 5{,}67 \cdot 10^{-8}\ W/m^2K^4$ (constante van Stephan-Boltzmann)

T_1 en T_2 in K!!! (K = °C + 273)



Antwoorden warmteoverdracht

1 a) $r_{th(tot)} = r_{ov(binnen)} + r_{materiaallaag} + r_{ov(buiten)} \Rightarrow$

$$r_{th(tot)} = \frac{1}{\alpha_{binnen}} + \frac{d}{\lambda_{glas}} + \frac{1}{\alpha_{buiten}} = \frac{1}{5} + \frac{0{,}004}{0{,}8} + \frac{1}{55} \Rightarrow r_{th(tot)} = 0{,}22318\ m^2K/W \Rightarrow$$

$$U = \frac{1}{r_{th(tot)}} = \frac{1}{0{,}22318} = 4{,}4806\ W/m^2K$$

b) $Q = \frac{A \cdot t \cdot \Delta T}{r_{th(tot)}} = A \cdot t \cdot \Delta T \cdot U \Rightarrow$

$$Q = 6 \times (24 \times 3600) \times 18 \times 4{,}4806 = 41809374\ J = 41{,}809\ MJ$$

c) $r_{th(tot)} = r_{ov(binnen)} + r_{materiaallaag} + r_{spouw} + r_{materiaallaag} + r_{ov(buiten)} \Rightarrow$

$$r_{th(tot)} = \frac{1}{\alpha_{binnen}} + \frac{d_1}{\lambda_{glas}} + r_{spouw} + \frac{d_2}{\lambda_{glas}} + \frac{1}{\alpha_{buiten}} = \frac{1}{5} + \frac{0{,}004}{0{,}8} + 0{,}17 + \frac{0{,}005}{0{,}8} + \frac{1}{55} \Rightarrow$$

$$r_{th(tot)} = 0{,}39943\ m^2K/W \Rightarrow$$

$$U = \frac{1}{r_{th(tot)}} = \frac{1}{0{,}39943} = 2{,}5036\ W/m^2K$$

d) $Q = \frac{A \cdot t \cdot \Delta T}{r_{th(tot)}} = A \cdot t \cdot \Delta T \cdot U \Rightarrow$

$$Q = 6 \times (24 \times 3600) \times 18 \times 2{,}5036 = 23361592\ J = 23{,}362\ MJ$$

2 $Q = \frac{A \cdot t \cdot \Delta T}{r_{th(tot)}} = A \cdot t \cdot \Delta T \cdot U \Rightarrow$

$$Q = 6 \times (24 \times 3600) \times 18 \times 1{,}1 = 10264320\ J = 10{,}264\ MJ$$

3 13,41 °C

4 $T_{buitenzijde\ glas}$ = 8,21 °C ; $T_{buitenlucht}$ = 7,18 °C

5 100ºC – 0,44ºC = 99,56 °C

6 98,63 °C

7 ΔT_{roet} = 398,21 °C ; ΔT_{koper} = 0,51659 °C ; $\Delta T_{ketelsteen}$ = 24,931 °C

8 a) $2{,}84 \cdot 10^5$ J
b) grensvlaktemperaturen:
luchtlaag-beton 22,37 °C ;
beton-minerale wol 21,51 °C ;
minerale wol-baksteen -3,05 °C ;
baksteen-luchtlaag -4,78 °C

9a
$$r_{\text{th}} = r_{\text{ovi}} + r_{\text{grindbeton}} + r_{\text{polystyreen}} + r_{\text{ove}} \Rightarrow$$
$$r_{\text{th}} = \frac{1}{5} + \frac{0{,}115}{1{,}6} + \frac{0{,}045}{0{,}035} + \frac{1}{55} = 1{,}5758 \text{ Km}^2/\text{W}$$
$$\Phi = \frac{\text{A} \cdot \Delta\text{T}}{r_{\text{th}}} \Rightarrow \Phi = \frac{1 \times 23}{1{,}5758} = 14{,}5960 \text{ W}$$

9b
$$\Phi = \frac{A \cdot \Delta T_{ovi+grindbeton}}{r_{\text{th(ovi+grindbeton)}}} \Rightarrow 14{,}5960 = \frac{1 \cdot \Delta T_{ovi+grindbeton}}{\frac{1}{5} + \frac{0{,}115}{1{,}6}} \Rightarrow$$
$$\Delta T_{ovi+grindbeton} = 14{,}5960 \times \left(\frac{1}{5} + \frac{0{,}115}{1{,}6}\right) = 3{,}9683 \text{ °C} \Rightarrow$$
Grensvlaktemperatuur tussen grindbeton en polystyreen
bedraagt $25 - 3{,}9683 = 21{,}0317$ °C

10a
$$Q_{\text{gevel}} = Q_{\text{gevelmuur}} + Q_{\text{raam}}$$
Gevelmuur: $\text{r}_{\text{th}} = r_{\text{ovi}} + r_{\text{th(grindbeton)}} + r_{\text{spouw}} + r_{\text{th(kalkzandsteen)}} + r_{\text{ove}} \Rightarrow$
$$\text{r}_{\text{th}} = \frac{1}{5} + \frac{0{,}1}{1{,}6} + 0{,}17 + \frac{0{,}1}{1} + \frac{1}{55} = 0{,}55068 \text{ Km}^2/\text{W}$$
$$\text{Q}_{\text{gevelmuur}} = \frac{A \cdot t \cdot \Delta T}{r_{th}} = \frac{14 \times 3600 \times 30}{0{,}55068} = 2.745.687 \text{ J}$$
Raam: $\text{r}_{\text{th}} = r_{\text{ovi}} + r_{\text{th(glas)}} + r_{\text{ove}} \Rightarrow$
$$\text{r}_{\text{th}} = \frac{1}{5} + \frac{0{,}004}{0{,}8} + \frac{1}{55} = 0{,}22318 \text{ Km}^2/\text{W}$$
$$\text{Q}_{\text{glas}} = \frac{A \cdot t \cdot \Delta T}{r_{th}} = \frac{6 \times 3600 \times 30}{0{,}22318} = 2.903.462 \text{ J}$$

$$Q_{\text{gevel}} = 2.745.687 + 2.903.462 = 5.649.149 \text{ J} = 5{,}6491 \text{ MJ}$$

10b $Q_{\text{gevel}} = Q_{\text{gevelmuur}} + Q_{\text{raam}}$

Gevelmuur: $r_{\text{th}} = r_{\text{ovi}} + r_{\text{th(grindbeton)}} + r_{\text{th(polystyreen)}} + r_{\text{th(kalkzandsteen)}} + r_{\text{ove}} \Rightarrow$

$$r_{\text{th}} = \frac{1}{5} + \frac{0{,}1}{1{,}6} + \frac{0{,}05}{0{,}035} + \frac{0{,}1}{1} + \frac{1}{55} = 1{,}8093 \text{ Km}^2/\text{W}$$

$$Q_{\text{gevelmuur}} = \frac{A \cdot t \cdot \Delta T}{r_{th}} = \frac{14 \times 3600 \times 30}{1{,}8093} = 835.704 \text{ J}$$

Raam: $r_{\text{th}} = r_{\text{ovi}} + r_{\text{th(glas)}} + r_{\text{ove}} \Rightarrow$

$$r_{\text{th}} = \frac{1}{5} + \frac{0{,}004}{0{,}8} + \frac{1}{55} = 0{,}22318 \text{ Km}^2/\text{W}$$

$$Q_{\text{glas}} = \frac{A \cdot t \cdot \Delta T}{r_{th}} = \frac{6 \times 3600 \times 30}{0{,}22318} = 2.903.462 \text{ J}$$

$$Q_{\text{gevel}} = 835.704 + 2.903.462 = 3.739.166 \text{ J} = 3{,}7392 \text{ MJ}$$

11 $\Phi_{\text{straling}} = A \cdot \varepsilon \cdot \sigma_z \cdot (T_1^4 - T_2^4) \Rightarrow$

$$\Phi_{\text{straling}} = 2 \times 0{,}90 \times 5{,}67 \cdot 10^{-8} \times (363^4 - 293^4) = 1019{,}89 \text{ W}$$